

時刻歴応答解析で採用される数値モデルに関する調査と減衰モデルが弾塑性応答に与える影響に関する数値的検討

Survey on Numerical Models Adopted in Time-History Analysis and Numerical Study on Influence of Damping Model on Elastic-Plastic Response

建築都市空間デザイン専攻 空間防災講座 建築構造工学研究室 藤川康記

Abstract

In time-history response analysis of elastic-plastic systems, common viscous damping causes spurious damping forces. This paper presented the influence of each damping model on the elastic-plastic response of a five-story building structure was analyzed when a hysteresis model with multiple change in stiffness. The impact of damping models on the seismic response of the system depended on the damping ratio and rapidness of changes in stiffness. The damping model proposed by Hall led to accurate results compared to initial stiffness damping and Rayleigh damping model adopted frequently in high-rise buildings.

Keywords: viscous damping, time-history response, elastic-plastic behavior, Rayleigh damping, classical damping

1. はじめに

弾塑性系の時刻歴応答解析で、減衰力を過大評価するレイリー減衰の欠点¹⁾が指摘されて以来、減衰モデルを再考する動きがある。福富ら²⁾は、弾性時において直交性を有する減衰モデルが、多自由度系の弾塑性応答どのような影響を及ぼすかを比較検討した。本研究では、超高層建築物の設計で多用される数値モデルの特性を調査した。福富ら²⁾の検討を拡張し、剛性の急変する3種の復元力モデルを加え、減衰モデルが応答に及ぼす影響を分析したので、ここに報告する。

2. 実務で用いられる数値モデル

日本建築センターの性能評価シートに基づいて、1966年2月から2021年9月まで(木村ら³⁾の調査範囲を含む)に、超高層建築物の設計で採用された数値モデルを調査した。復元力モデルを図1に、減衰モデルを図2に、評定年と構造種別ごとに示す。S造790件(うち柱CFTが160件)、RC造361件、SRC造193件、混構造29件、合計1373件が公開されていた。復元力を見ると、1970年代初めまでは、S造でバイリニア型が多く、1981年以降は、S造でトリリニア型、RC造で武田モデルが多く採用された。18件のS造で、武田モデルと思われる剛性劣化型モデルが採用された。1990年以降は、S造で初期剛性比例減衰(後述の減衰モデル2)、RC造で瞬間剛性比例減衰(減衰モデル3)が多く採用された。超高層建築物に推奨されるレイリー減衰(減衰モデル5)の採用は、S造で10件、RC造で5件と極めて少

なかった。モード減衰(減衰モデル12)の採用は、S造で9件、RC造で5件であった。文献4)で指摘されている通り、1次モードの目標減衰比は、S造で2%、RC造で3%がほとんどであった。

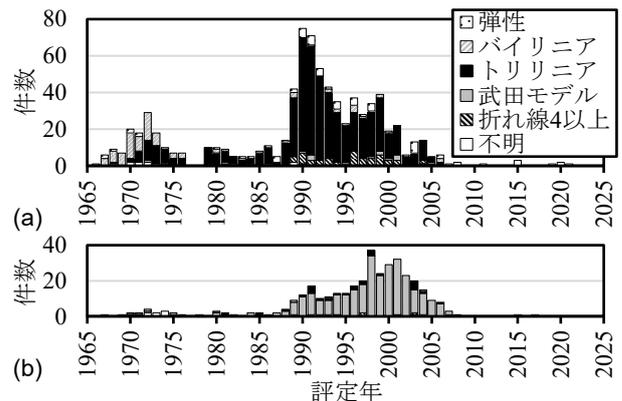


図1 設計で採用された復元力モデル：
(a) S造；(b) RC造

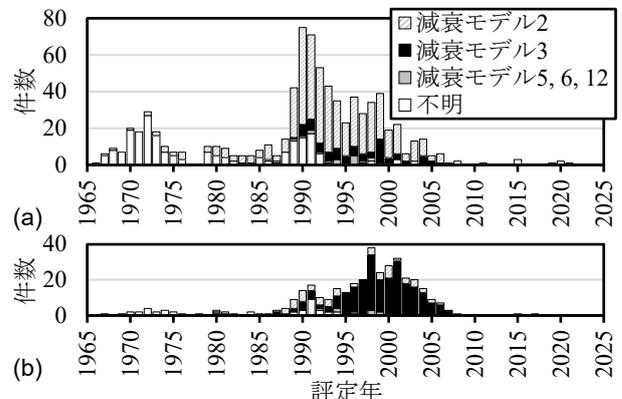


図2 設計で採用された減衰モデル：
(a) S造；(b) RC造

3. 解析方法

表 1 に、主要な減衰モデル²⁾を示す。ここで、 $[m]$ は質量行列、 $[c]$ は減衰行列、 $[k]$ は剛性行列、 a_{-1} と a_0 、 a_1 、 a_n は係数、 l は制御するモード数、 $\{\Phi_i\}$ は i 次の固有ベクトル、 ω_i は i 次の固有振動数、 $M_i = \{\Phi_i\}^T [m] \{\Phi_i\}$ は i 次モードの広義質量、 $\bar{\zeta}_i$ は i 次モードに対する目標減衰比、上添字『*』は、弾塑性状態に応じて、その値を逐次更新することを意味する。復元力モデルとして、図 3 に示すバイリニア型と Menegotto-Pinto 型、フラッグ型、スリップ型、柴田・若林モデル⁵⁾を用いた。5 種の復元力モデルを組み合わせ、表 2 に示すように、5 自由度系の構造系を構成した。入力地震動 1995 年に兵庫県南部地震の JMA 神戸記録 NS 成分を用い、数値積分に中央差分法を採用し、時間刻み Δt を 0.002 s とした。本研究では、目標減衰比 $\bar{\zeta}_i$ を実際の S 造に近い 2% とした。減衰モデル 1 から 4 では 1 次モード、減衰モデル 5 から 8 と 10 では 1 次と 3 次モード、減衰モデル 9 と 12、13 では全 5 モード、減衰モデル 11 では 1 次から 3 次モードの減衰比を目標値に一致させた。

表 1 粘性減衰モデルの種類

No.	減衰行列	特性
1	$[c] = a_0[m]$	比例
2	$[c] = a_1[k]$	非比例
3	$[c] = a_1[k^*]$	比例
4	$[c] = a_1^*[k^*]$	ζ_{eq} 保持
5	$[c] = a_0[m] + a_1[k]$	非比例
6	$[c] = a_0[m] + a_1[k^*]$	比例
7	$[c] = a_0^*[m] + a_1^*[k^*]$	ζ_{eq} 保持
8	$[c] = a_0[m][k]^{-1}[k^*] + a_1[k^*]$	非比例
9	$[c] = [m] \sum_{n=0}^{l-1} a_n ([m]^{-1}[k])^n$	非比例
10	$[c] = a_{-1}[m][k]^{-1}[m] + a_0[m]$	非比例
11	$[c] = a_{-1}[m][k]^{-1}[m] + a_0[m] + a_1[k^*]$	非比例
12	$[c] = [m] (\sum_{i=1}^l (2\bar{\zeta}_i \omega_i / M_i) \{\Phi_i\} \{\Phi_i\}^T) [m]$	非比例
13	$[c] = [m] (\sum_{i=1}^l (2\bar{\zeta}_i \omega_i^* / M_i^*) \{\Phi_i^*\} \{\Phi_i^*\}^T) [m]$	ζ_{eq} 保持

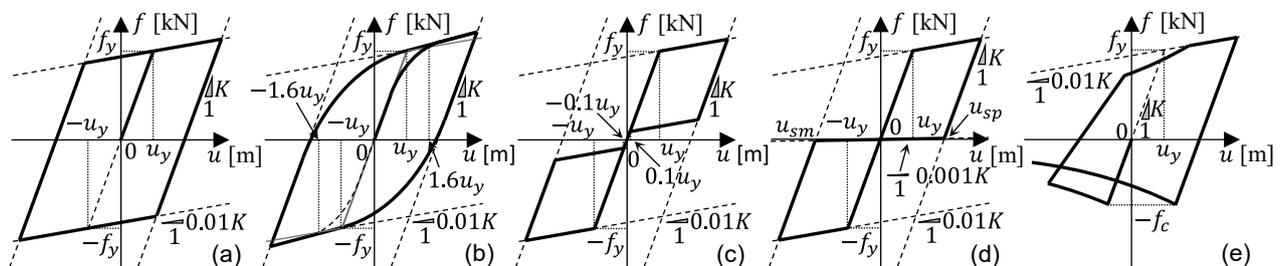


図 3 復元力モデル：

(a) バイリニア型；(b) Menegotto-Pinto 型；(c) フラッグ型；(d) スリップ型；(e) 柴田・若林モデル

4. 解析結果

図 4 に、特異な応答が得られた引張ブレース構造に、減衰モデル 5 と 7、8 を採用した場合の 3 層目の復元力・減衰力と層変形角の関係の一部を示す。特に応答が大きかった時刻の始まりと終わりを白丸で、3 層目の弾塑性状態を代表する時刻点①と②、③を黒丸で示す。減衰モデル 5 は、弾塑性状態の影響を受けることなく、減衰力を大きく算定した。減衰モデル 7 と 8 は、時刻点①では、減衰力をほぼ 0 と算定した。減衰モデル 7 は、時刻点②で -204 kN、時刻点③で -1078 kN と、意図しない過大な減衰力を算定した。一方、減衰モデル 8 の減衰力は、時刻点①と③では小さく抑えられ、減衰モデル 5 と同等の減衰力を算定した。

図 5 に、減衰エネルギー E_d と弾塑性ひずみエネルギー E_s の関係を、構造系ごとに示す。ラーメン構造 I・II とロッキング構造では、減衰モデル 2 と 4 を除いて、どの減衰モデルも減衰モデル 13 と似た E_d と E_s を得た。引張ブレース構造では、減衰モデル 1 と 6、8 が減衰モデル 13 に近い E_d と E_s を得たので、エネルギーの観点で、これらの減衰モデルは良い精度を示した。しかし、実務で多用される減衰モデル 2 と 3、5 は、減衰モデル 13 の 2 から 3 倍の E_d を得た。減衰モデル 7 は、減衰モデル 13 の 2 倍の E_d を得たので、ラーメン構造 I の計算例に基づいて、減衰モデル 7 が良い精度をもつとした福富ら²⁾の結論は、引張ブレース構造には当たらなかった。片流れブレース構造では、減衰モデルごとに E_d と E_s が違わなかった。ただし、負の剛性を生じる間に、粘性減衰行列が複素行列となることで、減衰モデル 4 と 7、13 の結果を得られなかった。

5. 考察

前章で減衰モデル 7 が、過大な減衰力を算定した原因を解明する。 l 層目の減衰力 $f_{D,l}$ は、質量

表 2 構造系

層	ラーメン構造 I	ラーメン構造 II	ロッキング構造	引張ブレース構造	片流れブレース構造
2 以上	バイリニア型	Menegotto-Pinto 型	バイリニア型	スリップ型	柴田・若林モデル
1	バイリニア型	Menegotto-Pinto 型	フラッグ型	スリップ型	柴田・若林モデル

比例項 $f_{D,l}^m$ と剛性比例項 $f_{D,l}^k$ の和で表される。

$$f_{D,l} = f_{D,l}^m + f_{D,l}^k \quad (1)$$

各項は、減衰モデル7の場合、式(2)と(3)から算定できる。

$$f_{D,l}^m = a_0^* \sum_{j=1}^L m_j \dot{u}_j \quad (2)$$

$$f_{D,l}^k = a_1^* \cdot k_l^* (\dot{u}_l - \dot{u}_{l-1}) \quad (3)$$

ただし、1層目の剛性比例項 $f_{D,1}^k$ は、 $\dot{u}_0 = 0$ として算定される。ここに、 L は全層数、 u_l は l 層目の層変形を示し、 \dot{u}_l は u_l の時間に関する1階微分で速度を表す。なお、 $f_{D,l}^k$ は式(3)で、減衰モ

デル5の場合、 a_1^* と k_l^* をそれぞれ a_1 と k_l 、減衰モデル6と8の場合、 a_1^* を a_1 とした。

図6に、引張ブレース構造に、減衰モデル5と7、8を適用した場合の、3層目の質量比例項 $f_{D,3}^m$ または剛性比例項 $f_{D,3}^k$ と層変形角の関係を、図5と同じ条件で示す。減衰モデル5は、 $f_{D,3}^m$ も $f_{D,3}^k$ も滑らかに変化した。減衰モデル7は、層降伏に a_0^* と a_1^* の更新で対応することで $f_{D,3}^m$ を減衰モデル5より小さく算定したが、 $f_{D,3}^k$ を減衰モデル5より大きく、時刻©では-1071 kNと極端に大きく算定した。減衰モデル8は、減衰モデル5より $f_{D,3}^m$ も $f_{D,3}^k$ も小さく算定した。減衰モデル7が減衰エネルギーを大きく算定する原因が、 $f_{D,3}^k$ にあることを突き止められた。

図7に、引張ブレース構造に減衰モデル5と7、8を採用した場合の、系全体の減衰比を表す²⁾、等価減衰比の代表値 ζ_{eq} と係数 a_1^* 、 $f_{D,3}^k$ の時刻歴を示す。図6(b)に、時刻点①と②、③を黒丸で、それらの直前の時刻点を白丸で、6つの時刻点におけるせん断ばねモデルの状態を、弾性E、塑性P、スリップSで示す。時刻点①から②の過程に着目すると、減衰モデル5では ζ_{eq} は目標値0.02を超えて最大0.47と、減衰モデル7では ζ_{eq} は0.10と算定されたが、減衰モデル8は ζ_{eq} を目標値以下に抑えた。減衰モデル7は a_1^* を弾塑性状態に応じて更新し、初期値の20倍以上を算定した。この間、スリップ状態にあった3層目の剛性 k_3^* は初期値の1/1000倍だったので、式(3)にみる積 $a_1^* k_l^*$ は式(4)にみる積 $a_1 k_l$ より小さく、減衰モデル7は、減衰モデル5よりも $f_{D,3}^k$ を小さく抑えることに成功した。減衰モデル8は、式(5)にみる積 $a_1 k_l^*$ が $a_1 k_l$ より小さかったため、 $f_{D,3}^k$ を小さく抑えた。時刻点②から③の過程に着目すると、減衰モデル5では ζ_{eq} は目標

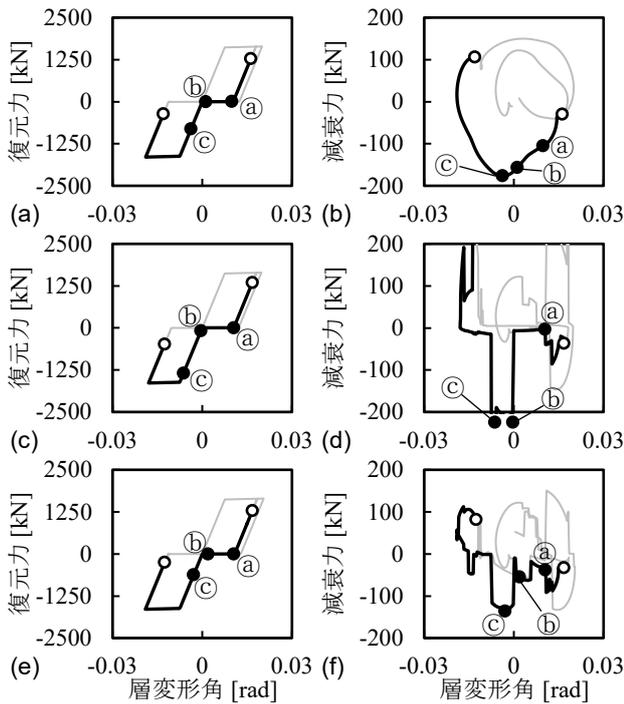


図4 引張ブレース構造の3層目の復元力(左)と減衰力(右)の履歴：(a, b) 減衰モデル5；(c, d) 減衰モデル7；(e, f) 減衰モデル8

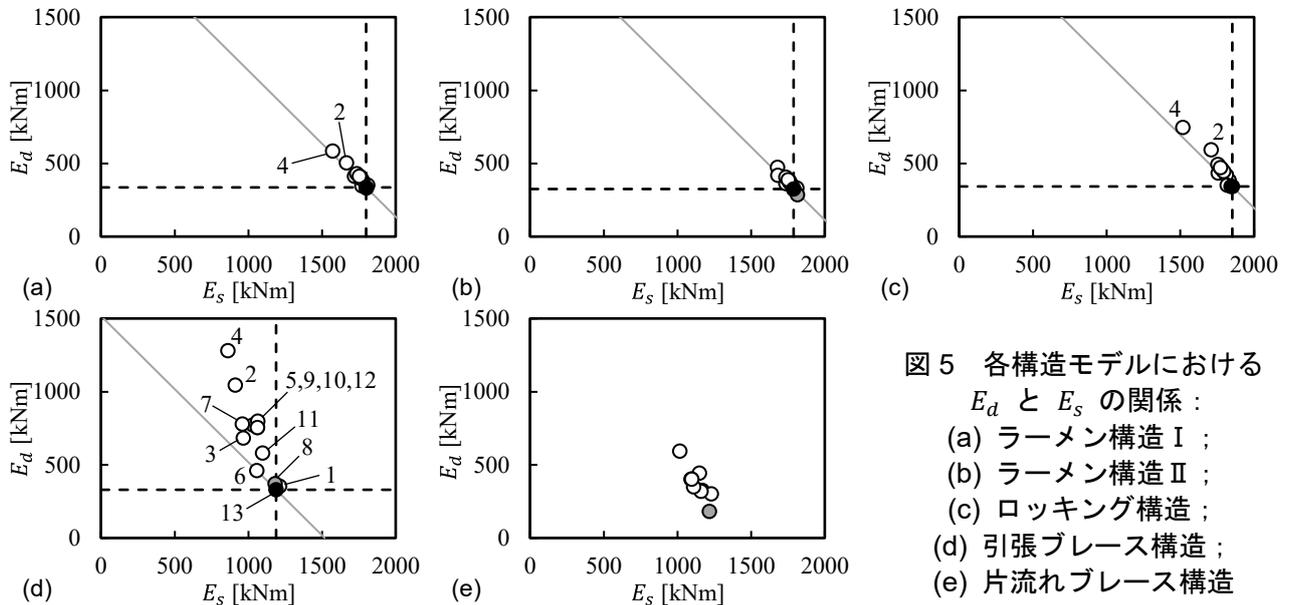


図5 各構造モデルにおける E_d と E_s の関係：
(a) ラーメン構造 I；
(b) ラーメン構造 II；
(c) ロッキング構造；
(d) 引張ブレース構造；
(e) 片流れブレース構造

値を超えて最大 0.45 と算定されたが、減衰モデル 7 は ζ_{eq} を 0.021 とほぼ目標値に抑えた。減衰モデル 8 は、 ζ_{eq} を目標値以下に抑えた。時刻点⑥を境に、3 層目がスリップから弾性に転じた結果、 a_1^* は減少したものの初期値の 3.0 倍と算定され、 k_3^* は初期値に戻ったので、減衰モデル 7 の $f_{D,3}^k$ は急増し、Charney¹⁾の意図に沿わない結果を得た。時刻点③で 1 層目が降伏すると、 a_1^* は初期値の 18 倍に増大し、 k_3^* は初期値のままだった

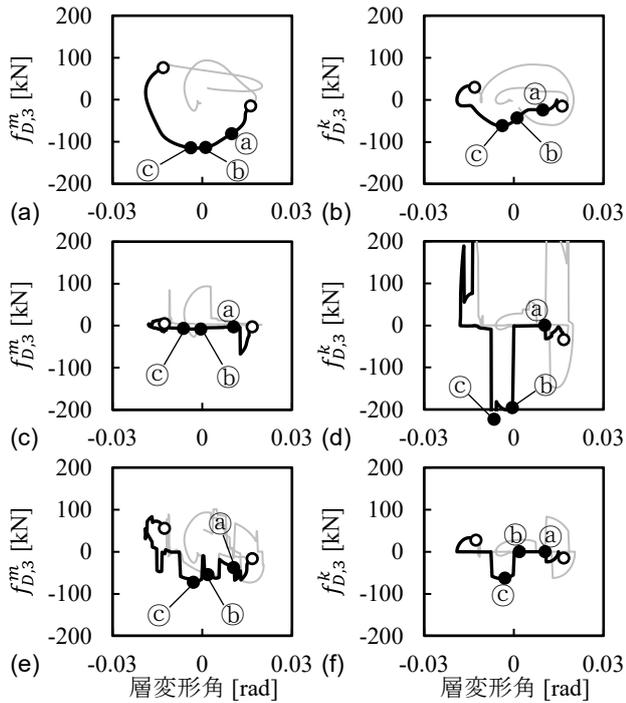


図 6 引張ブレース構造の $f_{D,3}^m$ (左) と $f_{D,3}^k$ (右) の履歴 : (a, b) 減衰モデル 5 ; (c, d) 減衰モデル 7 ; (e, f) 減衰モデル 8

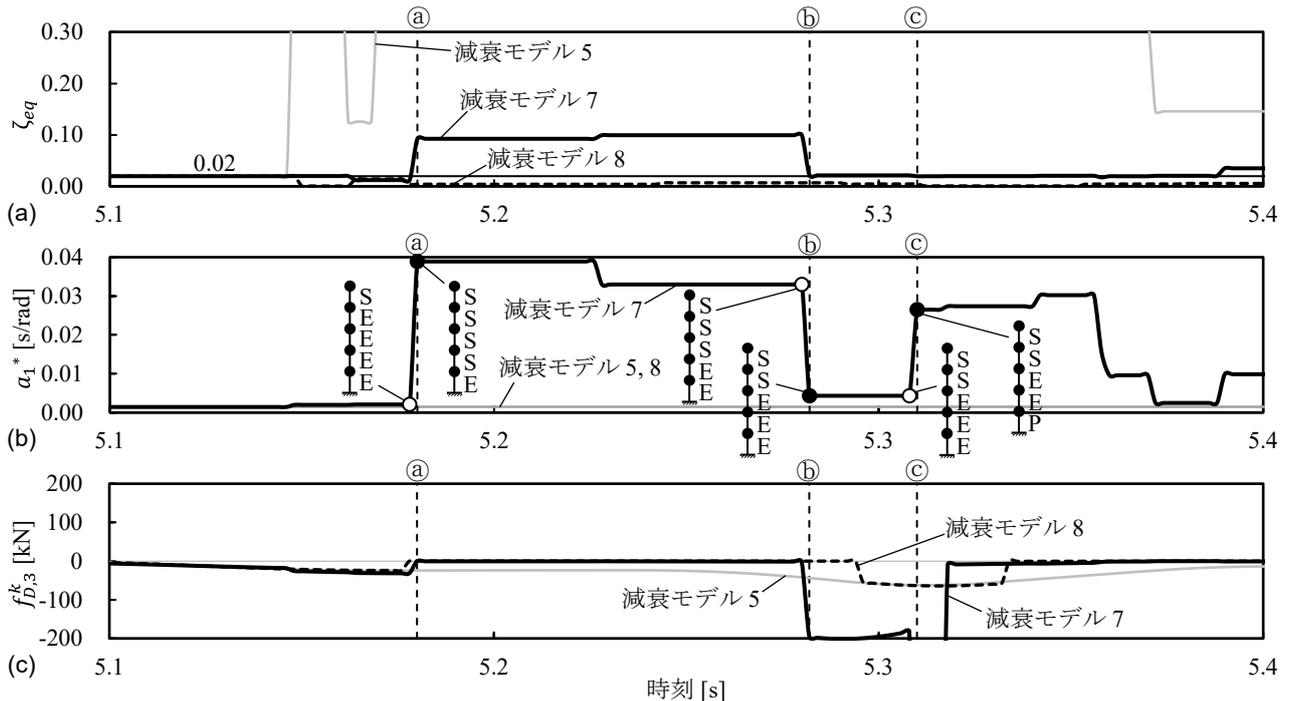


図 7 引張ブレース構造を適用した場合の各値の時刻歴 : (a) ζ_{eq} ; (b) a_1^* ; (c) $f_{D,3}^k$

ので、減衰モデル 7 の $f_{D,3}^k$ は跳ね上がり、同時刻点で比較すると、減衰モデル 5 の 17 倍だった。減衰モデル 8 は、3 層目が弾塑性状態の変化点が減衰モデル 7 と若干異なったが、3 層目が弾性である間は、 $f_{D,3}^k$ が減衰モデル 5 とほぼ一致した。

6. まとめ

本研究で得られた主な知見を以下にまとめる。

- 1) 減衰モデル 7 は、多数回剛性の急変する系で、系全体の弾塑性状態に影響され、意図しない大きな減衰力を生じ、Charney¹⁾の意図に沿わない結果が得られた。一方、Hall⁶⁾が提案した減衰モデル 8 は、剛性の急変回数によらず、理想解の減衰モデル 13 に近い応答を与えた。
- 2) S 造に多用される減衰モデル 2 と、超高層建築物に推奨される減衰モデル 5 は、剛性の多数回急変する場合、減衰エネルギーを過大評価した。RC 造で多用される減衰モデル 3 は、剛性が多数回急変する場合を除き、理想解に近い減衰エネルギーを示した。

参考文献

- 1) Charney, F. A.: J. Strut. Engrg., Vol. 134, pp. 581-592, 2008
- 2) 福富ら: 日本建築学会構造系論文集, Vol. 85, No. 778, pp. 1555-1563, 2020
- 3) 木村ら: 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東北), C-1, pp. 865-866, 2000
- 4) 超高層建築物の構造設計実務編集委員会: 性能評価を踏まえた超高層建築物の構造設計実務, 2019
- 5) 柴田, 若林: 日本建築学会論文報告集, No. 320, pp. 29-35, 1982
- 6) Hall, J. F.: Earthq. Engrg. Struct. Dyn., Vol. 47, pp. 2756-2776, 2018