

ブレース履歴応答モデルの再検討：

閉型解と局部座屈を捉える材料則を与えたファイバ要素モデルの比較

Brace Response Models Revisited: Closed-Form Equations versus Fiber Elements that Capture Local Buckling

建築都市空間デザイン専攻 空間防災講座 建築構造工学研究室 岩津元

Abstract

This study investigated two brace modeling techniques in numerical simulations: (1) a physical theory-based model by Nonaka¹⁾, and (2) fiber-based elements assigned with a material model that capture local buckling²⁾. For the former model, an algorithm was developed to convert flexibility-based formulation by Nonaka¹⁾ to stiffness-based one to implement it into OpenSees³⁾. A prediction scheme for low-cycle fatigue fracture based on the plastic hinge rotation was developed. For the later model, the empirical parameters for circular-hollow structural section (HSS) were calibrated against experimental data. The modeling techniques were demonstrated through the nonlinear time-history analysis of a steel braced frame employing HSS braces.

Keywords: steel braces, cyclic behavior, low-cycle fatigue fracture, numerical simulation, openses

1. はじめに

耐震構造として多用されるブレース付架構の弾塑性挙動を把握するためには、ブレース部材の座屈と破断を再現する構造要素が求められる。このような構造要素として、力学的に厳密で簡潔な野中¹⁾の閉型解によるトラス要素と、塑性域の軸方向の伸びを考慮できるファイバ要素⁴⁾が挙げられる。本研究では、柔性法である野中のトラス要素を、刻み時刻の影響なく汎用解析プログラムである OpenSees³⁾へ実装できるアルゴリズムを提示した。このアルゴリズムで算定される塑性ヒンジ回転角を用いて、ブレースの破断を予測する手法を考案した。一方、ファイバ要素⁴⁾では、柱の局部座屈を予測する手法をブレースに援用し、その妥当性を検証したので、ここに報告する。

2. 閉型解の解析プログラムへの実装

閉型解は軸力を変数とする柔性法で定式化されているが、OpenSees³⁾は変形を変数とする剛性法で構成されている。そこで、閉型解を剛性法に読み替えるアルゴリズムを考案した。

閉型解では、ブレースの変形 u を、軸方向の弾性伸び u^e 、塑性ヒンジの伸び u^p 、たわみによる材両端の相対変位 u^g 、引張降伏時の塑性伸び u^t の和として $u = f(N)$ で算定する。ここに、 N は軸力である。接線係数 k は式(1)で算定する。

$$k = \frac{dN}{du} = \frac{1}{\frac{du^e}{dN} + \frac{du^g}{dN} + \frac{du^p}{dN} + \frac{du^t}{dN}} \quad (1)$$

図1に実装アルゴリズムを示す。アルゴリズムでは、陰的解法で、時刻点 t_n から t_{n+1} までにおいて、収斂ステップ i における変位増分 $\Delta u^{(i)}$

と接線剛性 $k^{(i)}$ より、暫定的な $\Delta N^{(i)} = k^{(i)} \cdot \Delta u^{(i)}$ を算定する。 t_n における軸力 N_n に $l = 0$ から i まで $\Delta N^{(l)}$ の累積を加算し、変位 $u^{(i)} = f(N_n + \Delta N^{(0)} + \Delta N^{(1)} + \dots + \Delta N^{(i)})$ を算定する。 $u^{(i)}$ と u_{n+1} の誤差が許容値を下回るまで繰返し計算を継続する。

アルゴリズムの時刻ステップ間で閉型解の弾塑性状態が変化する点(状態変化点と称する)をまたぐ場合、この点を記録したのち、ステップ i を初期化して収斂計算を再開するが、図2に例示する通り、計算が継続できない状態変化点が存在する。例えば、座屈後に塑性ヒンジを形成する過程で、収縮したのち、伸長し、再び収縮するという平衡経路をたどる場合(図1(a))である。状態

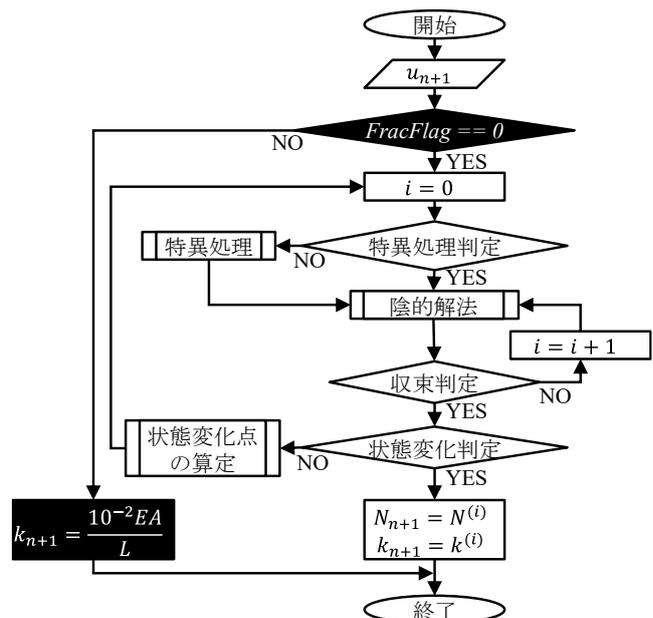


図1 実装アルゴリズム

変化点での接線剛性 $k^{(0)}$ が正となり、この点から目標変位 u_{n+1} へ変位を増分する段階で、複数の平衡点を生じるため、誤った軸力 N^{false} を算定する。このような場合、通常の収斂計算から特異処理に分岐する。特異処理では、変形から軸力での制御に切り替え、増分 $\Delta N = N_y/100$ で、新たな収斂計算の開始点を探索した(図 1(b))。文献 1) で提案された閉型解で、接線剛性を零と設定された引張側と圧縮側の一部の状態では、接線剛性を $E/1000$ と設定し、剛性行列の逆行列を持たないことに起因して解析を停止する場合は避けた。

3. 閉型解を用いた低サイクル疲労破断の予測

閉型解で得られる塑性ヒンジ回転角に着目し、2章で示したアルゴリズムにブレースの破断を判定する条件を組み込んだ。ブレースの引張強度が低下し始める変形限界を破断と定めた。判定条件は、Matsui et al.⁵⁾ が収集したブレース繰返し载荷試験のデータベースから、両端の境界条件がピン接合で、破断を経験した試験体を抽出し、較正した。図 3 に、選定した試験体の細長比 kL/r と、幅厚比 b/t または径厚比 d/t との関係、鋼材の降伏強度 σ_y と、AISC 341⁶⁾ で規定される塑性変形能力の限界値と併せて示す。限界値は、降伏強度 $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$ 、期待される降伏強度を σ_y の 1.6 倍として算定した。角形鋼管ブレース 29 体と円形鋼管ブレース 43 体の計 72 体を対象とし、閉型解を付与したトラス要素に、試験と同じ寸法特性と、材料特性、変位履歴を与えた。

破断発生までのヒンジ回転角の最大値 θ_{max} 、振幅の累積値 $\Sigma|\Delta\theta|$ 、引張側における振幅の累積値 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ の 3 つを、破断を判定する指標として検討した。 b/t または d/t と、 kL/r で、これらの指標を最小二乗法で回帰分析して式(2)を得た。

$$\theta_f = \alpha \left(\frac{b}{t}\right)^\beta \left(\frac{kL}{r}\right)^\gamma \quad (2)$$

円形鋼管では、式(2)の b/t を d/t に置き換える。 θ_f は、 θ_{max} と、 $\Sigma|\Delta\theta|$ 、 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ のうちいずれかの

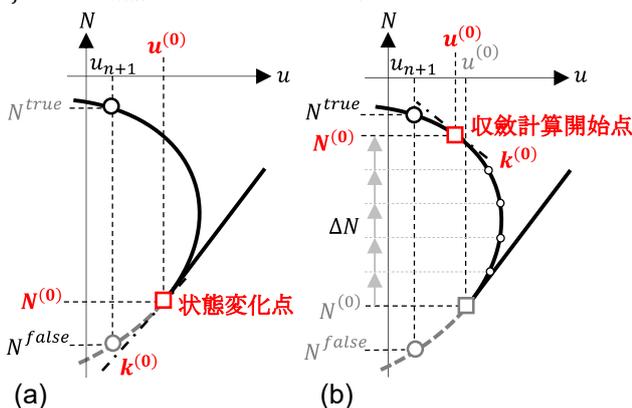


図 2 特異処理：(a) 収斂計算の失敗；(b) 軸力制御

指標に基づいて破断と判定する時点の値であり、 α 、 β 、 γ は各指標に対応した回帰係数である。回帰した式(2)の予測精度を定量的に評価するため、式(3)を用いて平均絶対誤差率を算定した。

$$MAPE = 100 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\theta_f - \theta_{computed}}{\theta_{computed}} \right| [\%] \quad (3)$$

ここで、 $\theta_{computed}$ は θ_{max} と、 $\Sigma|\Delta\theta|$ 、 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ のうちいずれかの指標の、試験データに対する算定値を示す。MAPE は、これらの指標を用いた場合それぞれ、角形鋼管では、18.6 と、31.3、32.1、円形鋼管では、27.2 と、23.7、24.0 であった。 θ_{max} による破断の予測精度は角形鋼管の場合で優位性が認められるものの、円形鋼管の場合も含め 3 つの指標の精度の差はいずれの断面でも 15% 以内に留まっており大差ない結果となった。 θ_{max} と $\Sigma|\Delta\theta|$ を用いた場合、圧縮側で破断を判定しうることから、本研究では指標 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ を破断の判定に採用した。なお、角形鋼管では、 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ と kL/r の間に明確な相関関係は認められなかった。

図 4 に $\Sigma|\Delta\theta_t|$ を用いて較正した式(2)による予測結果を、算定値と比較して示す。一部の例外を除き、式(2)は角形鋼管ブレースで $\pm 40\%$ の精度で、円形鋼管ブレースで $\pm 30\%$ の精度で算定値を予測した。円形鋼管ブレースでは、変位振幅の最大値が 0.5% 程度の試験体が 9 体あり、これらは予測精度に差異が生じた。また、 $d/t > 48$ の試験体は、局部座屈に伴う複雑な挙動により、同一の材料と、境界条件、寸法仕様であっても破断に至る時点に

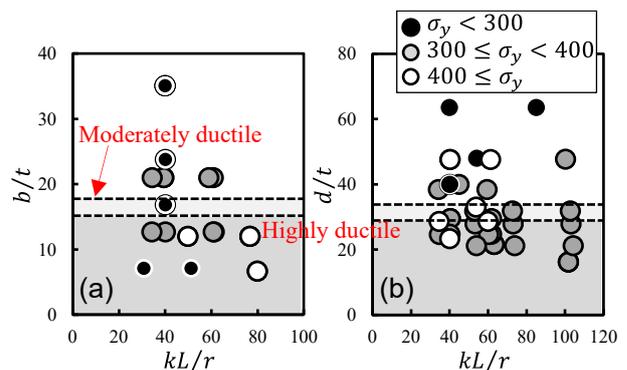


図 3 選定試験体：(a) 角形鋼管；(b) 円形鋼管

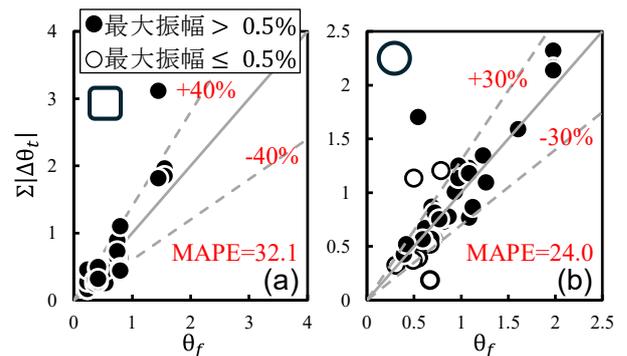


図 4 $\Sigma|\Delta\theta_t|$ の予測：(a) 角形鋼管；(b) 円形鋼管

違いが見られたため、提示した指標による予測精度に差異を生じることは不可避であった。

破断発生の判定は、時刻ステップ毎に評価される。時刻点 $n+1$ の応答を収斂計算した後、① 荷重方向が引張であった場合、② ヒンジ回転角増分 $|\Delta\theta_t|_{n+1} = |\theta_{n+1} - \theta_n|$ を計算し、③ ヒンジ回転角の振幅の累積値 $\sum|\Delta\theta_t|_{n+1} = \sum|\Delta\theta_t|_n + |\Delta\theta_t|_{n+1}$ を更新し、④ 条件式 $\sum|\Delta\theta_t|_{n+1} \geq \theta_f$ が満たされた否かで破断を判定した。 θ_f は式(2)により算定する。⑤ 破断の条件が満たされた部材は、初期剛性の 1/100 倍の弾性部材に置換した。

4. Suzuki-Lignos 材料モデルの較正

Somkuwar⁷⁾ が収集した円形鋼管の短柱圧縮試験とブレース繰返し荷重試験のデータベースから、それぞれ 8 体の試験体を抽出し、Suzuki et al²⁾ が提案した局部座屈挙動を表現可能な材料則 (SL Model と称する) のパラメーターを較正した。短柱試験体は、径厚比 d/t が 19 から 57、鋼種は C350L0 と STK400、ブレース試験体は d/t が 14.3 から 63.5、細長比 kL/r が 40.0 から 104.3、鋼種は STKR400、SPHC、Cold-formed、A53 Grade B であった。短柱試験データは、局部座屈部の有効長を径 D の 0.8 倍、座屈部以外は最大耐力以降に弾性除荷すると仮定し、試験データから局部座屈部の応答を算定し、較正に用いた。

SL Model の単調荷重挙動は、圧縮耐力 $\sigma_{c,m}$ と、ひずみ $\epsilon_{c,m}$ 、圧縮耐力後の 1 次勾配 $E_{d1,m}$ と、劣化後の 2 次勾配 $E_{d2,m}$ 、勾配が切り替わる応力 $\sigma_{d,m}$ の 5 つのパラメーターで規定され、鋼種ごとに降伏強度 $\sigma_{y,m}$ と、ひずみ $\epsilon_{y,m}$ 、弾性係数 E との比率で整理される。これらは、繰返し荷重時の劣化挙動を規定する 3 つのパラメーター Λ と、 a_σ 、 a_E と併せて、式(4)の CP で較正される。

$$CP = a \left(\frac{d}{t} \cdot \frac{\sigma_{y,m}}{E} \right)^b \quad (4)$$

a と b は鋼種、断面形状ごとに定まる較正を必要とする係数である。本研究では、較正に試験データを用いた点、0.2% オフセット法により算定した短柱圧縮試験の圧縮強度 $\sigma_{c,0.2\%}$ を $\sigma_{y,m}$ に用いた点と、異なる鋼種の試験体を混在した点は、Suzuki et al.²⁾ の検討と異なる。短柱圧縮試験データから算定した局部座屈部の応答に対し、5 つの単調荷重パラメーターを、それぞれ較正した。

図 5 に、3 つの繰返し荷重パラメーターを較正するために採用した、両端ピン接合されたブレースの解析モデルを示す。ファイバ要素を用い、一端固定かつ他端ピン接合と、両端固定端の場合で、それぞれ部材を軸方向に 10 と 11 分割し、すべて

の場合で断面を周方向に 12 分割、厚さ方向に 4 分割した。たわみ波形の最大値が生じると想定される位置および固定端は、局部座屈部として有効長さ $0.8D$ の要素を配置した。局部座屈部とそれ以外の要素の材料則に、それぞれ SL Model と Updated Voce-Chaboche 則を適用した。両材料則で、等方硬化則と移動硬化則のパラメーターは同一とした。同モデルを用いた解析結果と、8 体の繰返し荷重試験データとの比較により、3 つのパラメーターを決定する式(4)の係数 a と b を、最小二乗法による回帰分析により較正した。

表 1 に較正した各パラメーターの係数を示す。較正後のパラメーターを用いて、図 5 の解析モデルで、7 体の円形鋼管ブレースの繰返し荷重試験を再現した。試験体の鋼種は較正に用いた試験体と同様で、 d/t が 23.7 から 63.5、 kL/r が 15.9 から 102.7 であった。図 6 に、閉型解を付与したトラス要素と併せて応答を例示する。試験体 1 は、 $d/t = 40.0$ と $kL/r = 40.0$ 、試験体 2 は、 $d/t = 31.8$ と $kL/r = 102.7$ で、いずれも両端ピン接合であった。SL Model を付与したファイバ要素では、7 体いずれの試験体でも局部座屈の挙動を捉えた。試験体 2 を除き、両者とも実験結果の引張耐力と圧縮耐力を $\pm 20\%$ の精度で捉えた。累積エネルギー吸収量は、SL Model は実験結果を $\pm 30\%$ の精度で捉えたが、閉型解は、 d/t が 40 を超えると、実験と乖離した結果を与えた。これは、閉型解では局部座屈に伴う圧縮耐力、剛性の劣化挙動を表現できないことに起因する。円形鋼管ブレースでは、 d/t 関わらず、SL Model は実験結果を良好に再現し、とくに d/t が 40 以上で kL/r が小さい試験体では、その有効性が高いことに留意されたい。

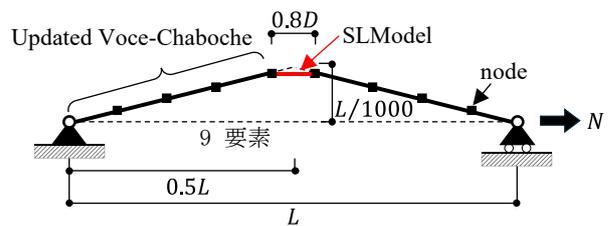


図 5 ブレースの解析モデル

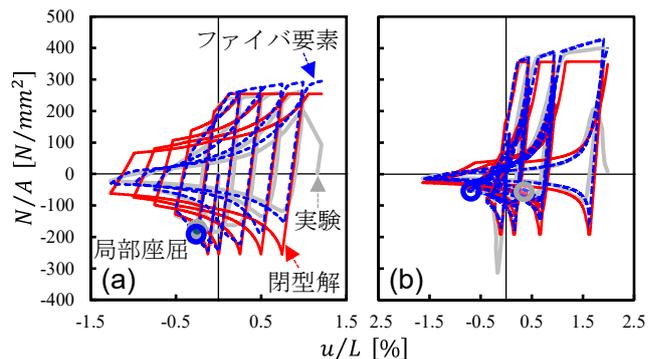


図 6 検証例：(a) 試験体 1；(b) 試験体 2

5. 解析例題

図7に示す Okazaki et al.⁸⁾の振動台実験を、ブレースに閉型解と SL Model²⁾を付与したファイバ要素を適用し、OpenSees³⁾で、解析的に再現することを試みた。振動台実験で採用されたブレースの幅厚比は $b/t = 19.4$ 、細長比は $kL/r = 80.7$ であり、座屈耐力 N_{cr} は -218 kN、オイラー座屈荷重 N_E は -277 kN であった。閉型解の $N-M$ 降伏曲線の近似定数を、角形鋼管断面に適用する $c=0.7$ 、 $d=0.1$ とした。破断条件は、式(2)より、 $\theta_f = 0.455$ であった。ファイバ要素では、図5に示す方法と同様にモデル化した。SL Model のパラメーターには、Suzuki et al.²⁾が角形鋼管柱に対して較正した値を採用した。柱と梁については、文献8)と同様にモデル化した。時間積分法に Newmark の β 法 ($\beta = 1/4$) を採用し、時間増分は、 $\Delta t = 0.004$ 秒 (架構の固有周期 0.20 秒の 1/50) とし、1次モードの目標減衰比 0.03 とした質量比例減衰を与えた。兵庫県南部地震の鷹取 EW 成分を 10%、12%、14%、28%、28%、42%、70%に増幅し続けて入力した。

図8に、70%入力で得た左側ブレースの応答を、実験結果と比較して示す。解析モデルは、実験結果の引張耐力を良好に再現したが、圧縮耐力は捉えられなかった。これは、閉型解では、引張降伏耐力で形状が真直に回復した場合、初期の圧縮耐力を回復するため、劣化を表現できなかったことに起因する。SL Model では、42%入力時に局部座屈の発生が認められ、局部座屈に起因する圧縮耐力の劣化が過大に評価されたことが要因と考えられる。また、閉型解で予測された破断は実験で観察されたよりも遅れて発生した。これは、破断判定方法の簡略化と、解析で最大変形が小さく評価されたことで、ヒンジ回転角の累積値の進展が小さくなったことが要因と考えられる。

6. まとめ

本研究では、繰返し荷重を受けたブレースの耐力と塑性変形性能を決する挙動を、定量的に評価することを目標とし、1つ目は、力学的な厳密性を保持する閉型解に基づくトラス要素を

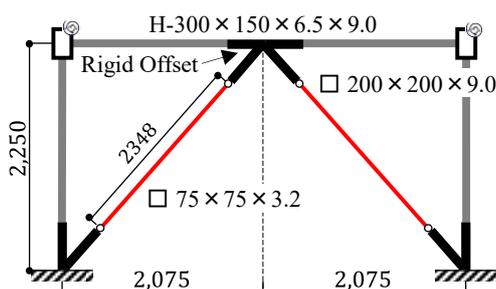


図7 ブレース付き骨組みの解析モデル

汎用解析プログラムに実装し、2つ目は、局部座屈による劣化挙動を材料則に組込んだファイバ要素を構築した。総括を以下に示す。

- 1) 閉型解に基づくトラス要素で、ブレースの引張側で破断する現象に対応した破断条件を、塑性ヒンジ回転角で評価する手法を提示した。同手法にて、角形鋼管では $\pm 40\%$ 、円形鋼管では $\pm 30\%$ の精度で破断を予測できた。
- 2) 局部座屈による劣化挙動で較正した材料則を適用したファイバ要素で、円形鋼管ブレースの繰返し性能を良好に再現できた。
- 3) 柱材の局部座屈挙動で較正した材料則を適用したファイバ要素で、角形鋼管ブレース付ラーメン架構の地震応答を再現できた。

参考文献

- 1) 野中: 繰返し軸方向荷重を受ける部材の履歴挙動に関する閉解 (第1部), 日本建築学会論文報告集, 第334号, pp.1-8, 1983
- 2) Suzuki Y et al.: Fiber-Based Hysteretic Model for Simulating Strength and Stiffness Deterioration of Steel Hollow Structural Section Columns under Cyclic Loading, Earthquake Engng Struct Dyn., 49, No. 15, pp. 1702-1720, 2020
- 3) McKenna F et al.: Nonlinear Finite-Element Analysis Software Architecture Using Object Composition, J. Comput. Civ. Eng., 24, pp.95-107, 2010
- 4) Uriz P et al.: Model for Cyclic Inelastic Buckling of Steel Braces, J. Struct. Eng., 134, pp.619-628, 2008
- 5) Matsui R et al.: Experimental investigation of cyclic loading performance of stubby steel braces, STESSA 2024, LNCE, 519, pp.68-82, 2024
- 6) American Institute of Steel Construction (AISC): Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 341-10, AISC, Chicago, Illinois, U.S.A., 2022
- 7) Somkuwar A.A.: Influence of modeling choices on nonlinear-dynamic behavior of a single-layer reticulated dome, Doctoral Dissertation, Hokkaido Univ., 2025
- 8) Okazaki T et al.: Dynamic Response of a Chevron Centrally Braced Frame, J. Struct. Eng., 129, pp.515-525, 2013.4

表1 較正結果

CP	$\sigma_{c,m}/\sigma_{y,m}$	$\epsilon_{c,m}/\epsilon_{y,m}$	$E_{d1,m}/E$	$E_{d2,m}/E$	$\sigma_{d,m}/\sigma_{c,m}$	Λ	a_σ	a_E
a	1.472	0.359	-2.874	-0.0288	0.167	0.110	0.000544	0.000939
b	0.0623	-1.186	1.858	0.774	-0.341	-0.718	-1.276	-0.917

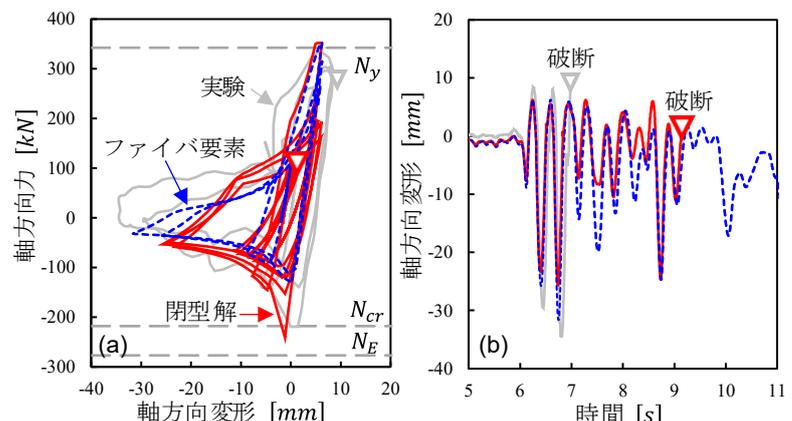


図8 左側ブレースの応答: (a) 軸力-変形; (b) 変形-時間