

1. はじめに

時刻歴応答解析で用いられる、汎用性が高い、ブレース材の履歴モデルに、実験結果や理論式を近似した柴田・若林モデルと、線材の非線形挙動を精度高く表現できるファイバ要素モデルがある。しかし、前者は、較正方法の恣意性に依存すること、後者は、計算負荷が高いことが問題点である。野中¹⁾は、ブレース材の基本的特性に基づいて、その履歴性状を表現できる閉型解を提示したが、軸方向変形を軸方向力の関数として与える柔性法の記述であるために、剛性法に基づく解析プログラムに実装されていない。そこで、時刻歴応答解析プログラムへの実装を視野に、野中¹⁾の閉型解を、剛性法に読み替えるアルゴリズムを考案した。

2. 野中¹⁾の閉型解

野中¹⁾は、ブレース材の弾塑性挙動を表現する閉型解を、物理的、数学的な論理の積み重ねにより導き出した。この解は、軸方向変形を、弾性伸び、塑性ヒンジの伸び、引張塑性伸び、たわみによる材端の近づきの4成分に分け、それぞれを軸方向力の関数として表現している。鋼材のパウシンガー効果とひずみ硬化を表現せず、局部座屈を捉えない欠点を除いて、座屈後挙動を含めた、ブレース材の複雑な挙動を的確に表現できることが知られている。

柔性法(荷重法)の形式により閉型解を構築した。図1に、実験で得られたブレースの応答履歴を、実験と同じ変位履歴を与えた野中¹⁾の閉型解と、ファイバ要素による解析結果と比較する。試験体は、両端を固定された、円形鋼管φ139×3.5(STK400)単材で、実長L=1552mm、細長比kL/r=20を対象とした。閉型解では、M-N 相関曲線を八角形に近似し、試験体の基本的特性を与えた。ファイバ要素モデルでは、汎用解析プログラムOpenSees²⁾を用いて、Uriz³⁾にしたがってブレースを長さ方向に8要素に分割、各要素にGauss-Lobatto則で5つの積分点を配置、断面を計48のファイバに分割して、材料特性をMenegotto-Pintoモデルで表現した。座屈を捉えるために、最大たわみL/1000の初期変形を与えた。

3者を比較すると、引張耐力と、最大圧縮耐力は概ね一致したが、繰り返し回数を経た、剛性と耐力の劣化が、それぞれで違っていた。ファイバ要素は、滑らかな履歴を示すが、閉型解は、状態変化で角点が現れた。ファイバ要素は、断面と材長にわたる降伏の広がりを表現できるが、閉型解は、塑性変形を塑性ヒンジに集約することに起因する違いである。しかし、閉型解の方が実験結果にみられる耐力劣化を正確に再現している。このように、細長比が小さなブレースには、ファイバ要素によるモデル化が適切でないことが示されている。閉型解もファイバ要素も、実験結果の耐力を危険側に評価した理由は、いずれの解析も、断面保持の仮定に基づくもので、円形鋼管の局部座屈を表現できないことにある。

図1の比較は、コンピュータ解析による再現が難しい範囲でも、閉型解が実験結果をある程度正確に追跡できることを示している。したがって、ブレース材の閉型解を、時刻歴応答解析プログラムに実装する意義は大きい。

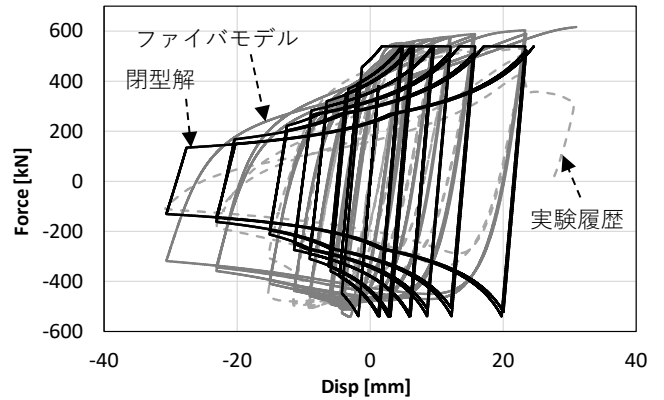


図1 実験履歴、閉型解、ファイバ要素モデルの比較

3. 解析プログラムへの実装アルゴリズム

野中¹⁾の閉型解は、軸方向変形を軸方向力の関数として与える、柔性法の記述である。一般的な解析プログラムに実装するためには、逆に、軸方向力と接線剛性を、軸方向変形から求める剛性法の記述に変換する必要がある。そこで、OpenSees²⁾の非線形ファイバ梁要素ForceBeamColumnの定式化を参照に、収斂計算を利用して変換するアルゴリズムを作成した。

図2にアルゴリズムのフローチャートを、図3に収斂計算の概念を示す。アルゴリズムの目的は、時刻点nの軸方向変位 u_n 、軸方向力 N_n 、剛性 k_n が既知で、 u_{n+1} 、 N_{n+1} 、 k_{n+1} を求めることである。閉型解は、ブレース挙動を、弾性応答、引張降伏、オイラー座屈、圧縮軸力が作用した状態で塑性ヒンジの変形が増大、塑性ヒンジ回転が残留する状態での弾性応答、引張軸力が作用した状態で塑性ヒンジの変形が減少、の6つの場合に分ける。そのうち、引張降伏と、オイラー座屈では、 $N = N_y$ または $N = -N_E$ の一定荷重で軸方向変形が進行し、収斂計算を必要としない。それ以外の4つの場合では、収斂計算に入る。まず、収斂ステップ $i = 1$ について、①変位増分 $\Delta u^{(0)} = u_{n+1} - u_n$ を計算し、②剛性 $k^{(0)}$ と試行力 $N^{(0)}$ をそれぞれ前時刻点の値 k_n 、 N_n と同値に設定し、③力増分 $\Delta N^{(0)} = k^{(0)} \Delta u^{(0)}$ と④試行力 $N^{(1)} = N^{(0)} + \Delta N^{(0)}$ を順に計算する。⑤閉型解に $N^{(1)}$ を与えて、試行変形 $u^{(1)}$ を得ると、⑥変位増分 $\Delta u^{(1)} = u_{n+1} - u^{(1)}$ 、⑦剛性 $k^{(1)} = (N^{(1)} - N^{(0)}) / (u^{(1)} - u^{(0)})$ 、⑧力増分 $\Delta N^{(1)} = k^{(1)} \Delta u^{(1)}$ を計算する。ここで条件 $|\Delta u^{(1)} \cdot \Delta N^{(1)}| < \text{許容誤差}$ で収束判定を行い、満たされない場合は、収斂ステップ $i = 2$ について、⑨試行力 $N^{(2)} = N^{(1)} + \Delta N^{(1)}$ を更新し、以降、収束判定が満足されるまで以上の操作を繰り返す。

⑤の過程で、閉型解に基づくアルゴリズムが用いられており、ブレースの状態(6つの場合分け)の他、塑性ヒンジの伸び、塑性ヒンジの回転角、軸方向伸びの内部変数3つを記録する。圧縮軸力が作用して塑性ヒンジの変形が増大する過程では、剛性が単調減少、逆に、引張軸力が作用して塑性ヒンジの変形が減少する過程では、剛性が単調増加するので、収束は保証されている。剛性法に基づく場合、状態判定のためにオイ

ラー座屈進行時の部材中央部断面の応力状態が必要となる。柔性法では、開始点と終了点が定まることで無視できたため、ここでは、たわみ曲線の積分とたわみの線形弾性釣合式を用いて、たわみを変形成分の関数で与えることで曲げモーメントを得た。また、収斂計算に用いた接線剛性は、1ステップ前の点との傾きを用いることで近似した。

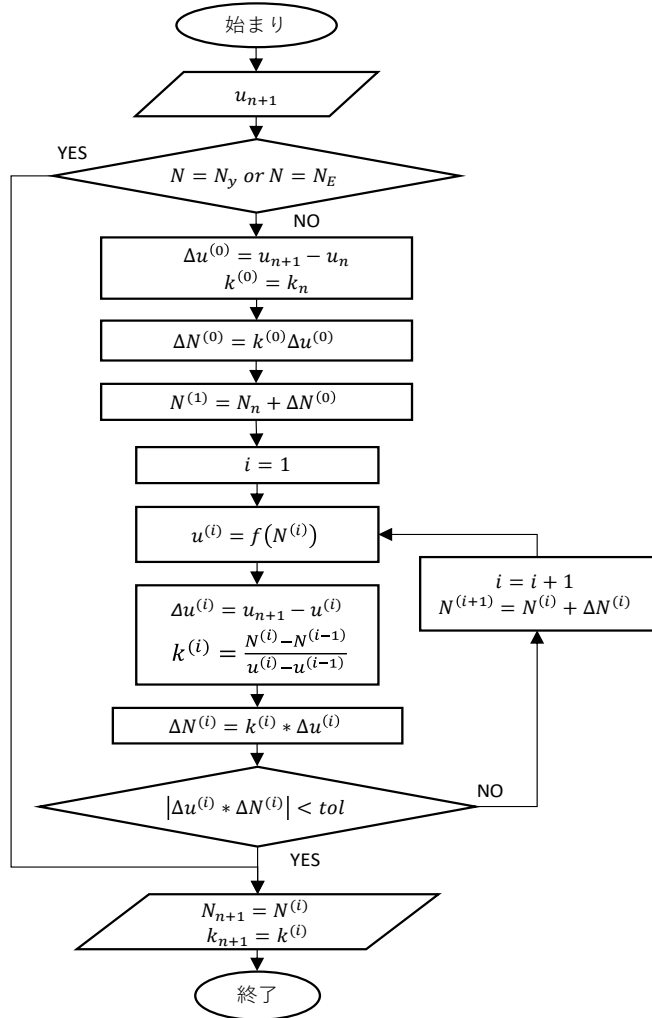


図3 閉型解実装アルゴリズム

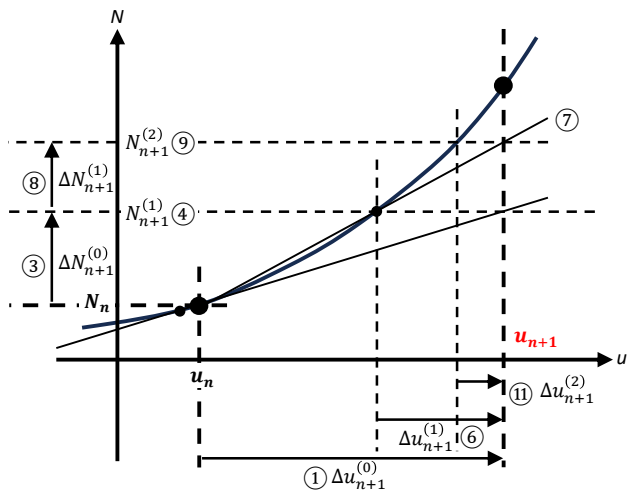


図4 収斂計算

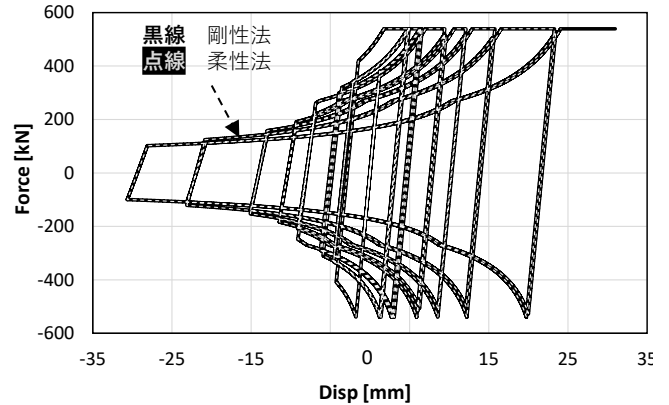


図4 柔性法建てと剛性法建て閉型解の比較

4. アルゴリズムの検証

図4に、図1と同じ例を用いて、閉型解の元々のアルゴリズムから得た応答（柔性法）と、3章のアルゴリズムから得た応答（剛性法）を比較する。いずれも、同じ基本的特性とM-N 相関関係を与え、同じ変位履歴を与えた。後者では、近似計算による誤差が生じるため、完全一致とはならなかったが、両者の結果は概ね一致し、3章のアルゴリズムが有効であることを確認した。なお、変位増分の大きさを小さくする、判定の許容値を小さくすることで、近似計算の誤差を小さくすることは可能であるため、誤差の許容量に関しては今後検討したい。また、前者では、軸力に対して軸方向変形が一意に定まるが、後者では、状態変化点の近くで、軸方向変形の進展方向が折り返す場合があり、その場合は、同じ軸方向変形に対して、複数の軸力があり得る。この問題はまだ解決しておらず、アルゴリズムに示した変形、力増分を用いた収斂判定に加え、別の収斂判定パラメーターが必要になると考えられる。

5. まとめ

汎用解析プログラムOpenSees²⁾に実装し、非線形時刻歴応答解析の実施を視野に、ブレース応答の閉型解を、剛性法に読み替えるアルゴリズムを考案した。元々のアルゴリズムとの比較により、考案したアルゴリズムが成立することを確認した。一部材の履歴を表現するために、ファイバ要素は閉型解より格段に多くの計算資源を必要とする。図1の解析を例にとると、閉型解は、部材を1つの要素で表現できたが、ファイバ要素は、計384要素に分割し、各要素に積分点を配置し、1ステップの計算ごとに、各要素の応答計算と積分を必要とした。そのため、閉型解の、汎用解析プログラムへの実装が実現すれば、小さい計算負荷で、理論に基づいたブレース材の高精度な解析が可能となる。

参考文献

- 1) 野中泰二郎：繰り返し軸方向荷を受ける部材の履歴挙動に関する閉解 第1部 基礎式の誘導 1983
- 2) F. McKenna, M.H. Scott, G.L. Fenves, Nonlinear Finite-Element Analysis Software Architecture Using Object Composition, J. Comput. Civ. Eng. 24 (2010) 95–107.
- 3) Patxi Uriz, Filip C. Filippou, Stephen A. Mahin : Model for Cyclic Inelastic Buckling of Steel Brace 2008